PESEL

MARZEC
ROK 2018

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1–15).
   Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie do **50 punktów**

Życzymy powodzenia!

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0-1)

Liczba $\left(-2\sqrt{3}+1\right)^3$ jest równa

A. -23 **B.** $35-12\sqrt{3}$ **C.** $13-4\sqrt{3}$ **D.** $37-30\sqrt{3}$

Zadanie 2. (0-1)

W trójkącie ABC $|AB|=5$, $|AC|=2$ oraz $|\angle CAB|=30^0$. Długość odcinka BC jest równa

A. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\sqrt{29-10\sqrt{3}}$ **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\sqrt[3]{3}$

Zadanie 3. (0-1)

Nieskończony ciąg liczbowy (a_n) określony jest wzorem $a_n=\frac{n^2}{2n+3}-\frac{1}{2}n$ dla $n\geq 1$.

Wtedy

A. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=0$ **B.** $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=-0{,}75$ **C.** $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=\frac{3}{4}$ **D.** $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=-\frac{3}{2}$

Zadanie 4. (0-1)

Styczna do wykresu funkcji $f(x)=\frac{2}{x}$ w punkcie P, którego rzędna wynosi 1 ma równanie

A. $y=\frac{1}{2}x+4$ **B.** $y=-2x-3$ **C.** $y=-\frac{1}{2}x+2$ **D.** $y=2x+1$

Zadanie 5. (0-2)

Wyznacz wartość parametru a, dla którego reszta z dzielenia wielomianu $W(x)=-3x^3+a^2x+3a-5$ przez dwumian $x+2$ osiąga największą wartość.

W poniższe kratki wpisz kolejno cyfrę jedności oraz dwie pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 6. (0-3)

Wiadomo, że $\log_3 24 = m$. Wykaż, że $\log_{16} 36 = \frac{m+2}{2m-2}$

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………………………

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.
	Maks. liczba pkt.	3
	Uzyskana liczba pkt.	

Zadanie 7. (0-3)

Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność $\frac{y(1-y)+x(6-y)}{x^2+2} < \frac{5}{2}$

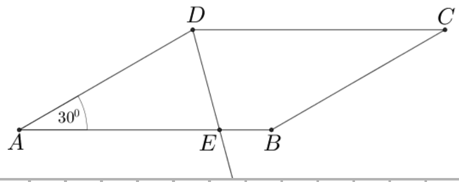
Odpowiedź: ……………………………………………………………………………………………

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	7.
	Maks. liczba pkt.	3
	Uzyskana liczba pkt.	

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 8. (0-3)

Kąt ostry *BAD* równoległoboku *ABCD* ma miarę 30^0, oraz $\frac{|AB|}{|AD|} = \frac{2+\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$. Dwusieczna kąta wypukłego *ADC* przecina bok *AB* w punkcie *E*. Uzasadnij, że w czworokąt *EBCD* można wpisać okrąg.



Odpowiedź: ……………………………………………………………………………………

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.
	Maks. liczba pkt.	3
	Uzyskana liczba pkt.	

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zadanie 9. (0-3)

Z cyfr 0, 1, 2, 7 tworzymy sześciocyfrowe liczby całkowite dodatnie, w których suma cyfr jest równa 9. Oblicz, ile możemy utworzyć takich liczb.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.
	Maks. liczba pkt.	3
	Uzyskana liczba pkt.	

Zadanie 10. (0-5)

W trójkącie prostokątnym długość przeciwprostokątnej stanowi 75% sumy długości przyprostokątnych. Oblicz sinusy kątów ostrych w tym trójkącie.

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………………………

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.
	Maks. liczba pkt.	5
	Uzyskana liczba pkt.	

Zadanie 11. (0-5)

Dla jakich wartości parametru m wykres funkcji f określonej wzorem

$$f(x) = (m+3)x^2 + (1-2m)x + 1 + m$$

przecina oś odciętych w dwóch różnych punktach, których odległość jest mniejsza od 2.

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………………………

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	11.
	Maks. liczba pkt.	5
	Uzyskana liczba pkt.	

Zadanie 12. (0-4)

Rozwiąż równanie $\frac{6\sin 2x}{tgx} + 5\cos x = 4\cos^4 x + \cos 2x \cos x$ w przedziale $(-2\pi;\ 2\pi)$.

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………………………

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt.	4
	Uzyskana liczba pkt.	

Zadanie 13. (0-5)

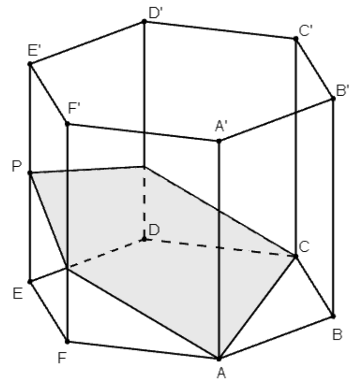
Liczby a, b, c w podanej kolejności tworzą trzywyrazowy ciąg arytmetyczny. Suma tych liczb jest równa 15. Jeśli do pierwszej z tych liczb dodamy 2, drugą podwoimy, a do trzeciej dodamy 13, to otrzymamy trzy początkowe wyrazy rosnącego ciągu geometrycznego (b_n). Wyznacz a, b, c oraz wartość n, dla którego $4b_{3n} = b_{n+20}$

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………………………

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	13.
	Maks. liczba pkt.	5
	Uzyskana liczba pkt.	

Zadanie 14. (0-6)

Graniastosłup prawidłowy sześciokątny, w którym krawędź podstawy ma długość 4 przecięto płaszczyzną zawierającą krótszą przekątną podstawy AC oraz punkt P, który jest środkiem krawędzi bocznej EE' (rysunek obok). Oblicz objętość graniastosłupa, jeśli pole przekroju jest równe $10\sqrt{15}$.



Odpowiedź: ………………………………………………………………………………………………

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.
	Maks. liczba pkt.	6
	Uzyskana liczba pkt.	

Zadanie 15. (0-7)

Dany jest trójkąt ABC gdzie $A=(1, 2)$, $B=(1, 10)$ i $C=(9, 10)$. Przez punkt $D=(5, 7)$ poprowadzono prostą o współczynniku kierunkowym dodatnim, która przecina boki AC i BC trójkąta odpowiednio w punktach E oraz F. Wyznacz współrzędne punktów E i F, dla których pole czworokąta $AEFB$ jest największe.

Odpowiedź: ……………………………………………………………………………………………

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	15.
	Maks. liczba pkt.	7
	Uzyskana liczba pkt.	

KARTA ODPOWIEDZI

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

PESEL

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Nr zadania	ODPOWIEDZI			
1	A	B	C	D
2	A	B	C	D
3	A	B	C	D
4	A	B	C	D

ZADANIE 5

KODOWANEJ ODPOWIEDZI

WYPEŁNIA EGZAMINATOR

Nr zadania	ODPOWIEDZI						
	1	2	3	4	5	6	7
1	☐						
2	☐						
3	☐						
4	☐						
5	☐	☐					
6	☐	☐	☐				
7	☐	☐	☐				
8	☐	☐	☐				
9	☐	☐	☐				
10	☐	☐	☐	☐	☐		
11	☐	☐	☐	☐	☐		
12	☐	☐	☐	☐			
13	☐	☐	☐	☐	☐		
14	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
15	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

SUMA PUNKKTÓW

D	0	1	2	3	4	5				
J	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9